

資本市場に関する理論と実際 - 債券とは(6)

前はデュレーションという新しい考え方を学習しました。デュレーションは、金利が変化したときに債券の価格がどの程度変化するかという金利感応度を分析するのに役立つと言いました。

今回は、具体的にどう役立つのかをみていきたいと思います。デュレーションがそもそも何かっていうことを忘れてしまったあなたは前回のを復習してください(笑)

デュレーションを数式で表すと次のようになります。

$$\text{デュレーション} = \frac{\sum (\text{期間} \times \text{各期に発生するCFの現在価値})}{\sum (\text{各期に発生するCFの現在価値})} = \frac{\sum_{t=1}^T \{t \times CF_t / (1+r)^t\}}{\text{債券価格}}$$

このデュレーションを考案した学者の名前にちなんで、Macaulay's duration と呼ぶこともあります。(シグマ)が出てきてしまいましたが、心配する必要はありません。あなたは、デュレーションがどのように使えるかを知っていればいいのです。

先ほどもいいましたが、このデュレーションは、市場金利が変化したときに債券価格にどのような影響を与えるか、つまり、債券の金利感応度を分析するのに役立ちます。

下図は、金利と債券価格の関係を表したグラフです。金利が高くなれば、債券価格は下がることから、右下がりの曲線になっています。金利が r_0 から r_1 に上昇した場合、債券価格は、 P_0 から、 P_1 に下落することがわかります。

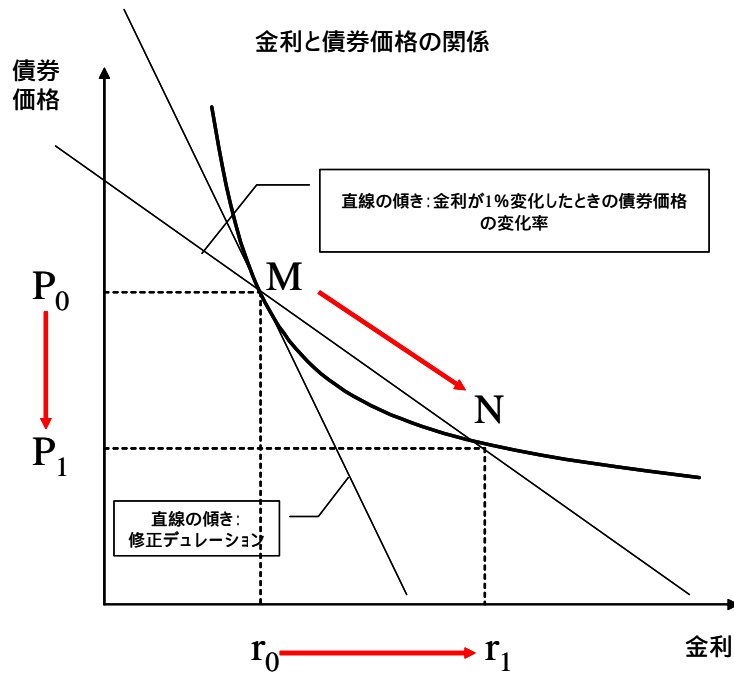
このときの変化率、つまり、金利が 1% 変化したときの債券価格の変化率は、直線 MN の傾きとなることわかります。

この金利の変化率を限りなく微小にしていくと、債券価格の変化率は、点 M の接線の傾きになるわけです。この接線の傾きは、債券価格と利回りとの関係を表す次の式を金利で微分することにより求めることができます。

「微分」にアレルギー反応がある方は、読み飛ばしてもらってぜんぜん構いません。

$$P = \frac{C_1}{(1+r)} + \frac{C_2}{(1+r)^2} + \frac{C_3}{(1+r)^3} + \dots + \frac{C_t}{(1+r)^t}$$

図 1



この接線の傾きを修正デュレーション (Modified duration) と呼び、上の式の P を r で微分することによって求めることができます。

$$\text{修正デュレーション} = \frac{dP}{dr} = -\frac{1}{(1+r)} \times \text{デュレーション}$$

この修正デュレーションは、金利が 1% 変化した場合、債券価格が何% 変化するかを表しています。

【例題】

金利が 10% から 10.1% に上昇した場合、ある債券 (クーポン 5%、期限 5 年) の価格は、どれくらい下落するでしょうか？

	A	B	C	D	E	F	G
1		デュレーションを求めよう					
2							
3		金利	10%		=C6/(1+\$C\$3)^B6		
4							
5		期間	キャッシュフロー	現在価値	期間×現在価値		
6		1	5	4.545	4.545	<-- =B6*D6	
7		2	5	4.132	8.264		
8		3	5	3.757	11.270		
9		4	5	3.415	13.660		
10		5	105	65.197	325.984		
11				81.046	363.724	<-- =SUM(E6:E10)	
12		=SUM(D6:D10)					
13				Duration	4.488	<-- =E11/D11	
14							

上図から、利回りが10%のときの債券価格は81.046円になることがわかります。利回りが10.1%のときの債券価格を同じように計算すると80.716円になります。したがって、債券価格の変化率は、 $\frac{80.716}{81.046} - 1 = -0.41\%$ と計算できます。

デュレーションは4.488ですから、修正デュレーションは、 $-\frac{1}{(1+10\%)} \times 4.488 = -4.08$ と求

めることができます。修正デュレーションから、金利が1%変化したときの債券価格は-4.08%変化することがわかります。したがって、この例題のように金利が0.1%変化した場合の債券価格は、-0.408%となり、実際の債券価格の変化率-0.41%とほぼ等しくなります。

修正デュレーションは図1の接線の傾きですが、金利の変化が大きくなると、修正デュレーションから導き出された変化率と実際の変化率との乖離は大きくなることに注意してください。