

## 道具としてのファイナンス 問題編

### 【問題 36】

資産 A、資産 B、そして資産 C の過去 10 年間のリターンは下図のとおりです。それぞれの資産の平均リターン、分散を求め、三つの資産（資産 A : 資産 B : 資産 C = 2:3:5）からなるポートフォリオの平均リターン、標準偏差を求めなさい。ただし、3 資産のポートフォリオの分散を求める式は次の通りです。

$$Var(r_p) = W_A^2 Var(r_A) + W_B^2 Var(r_B) + W_C^2 Var(r_C) + 2W_A W_B Cov(r_A, r_B) + 2W_A W_C Cov(r_A, r_C) + 2W_B W_C Cov(r_B, r_C)$$

ちなみに、 $Var(r_A)$  は、資産 A の分散をあらわし、 $Cov(r_A, r_B)$  は、資産 A と資産 B 共分散をあらわしています。また、 $W_A$ 、 $W_B$ 、 $W_C$  は、それぞれの資産の比率（投資金額）を表しています。

	A	B	C	D
1		資産A	資産B	資産C
2	1997/12/31	2.46%	72.65%	30.73%
3	1998/12/31	13.55%	112.86%	55.31%
4	1999/12/31	17.97%	16.34%	14.83%
5	2000/12/31	-14.76%	-4.32%	33.56%
6	2001/12/31	6.77%	53.46%	14.98%
7	2002/12/31	43.54%	43.79%	36.84%
8	2003/12/31	11.32%	88.98%	48.59%
9	2004/12/31	38.78%	23.54%	37.81%
10	2005/12/31	25.89%	115.67%	67.95%
11	2006/12/31	-27.66%	78.54%	45.95%
12				
13	平均リターン			
14	分散			
15				
16	共分散(A,B)			
17	共分散(A,C)			
18	共分散(B,C)			
19				
20	資産Aの割合	0.2		
21	資産Bの割合	0.3		
22	資産Cの割合	0.5		
23				
24	ポートフォリオの平均リターン			
25	ポートフォリオの標準偏差			
26				

### 【解答】

二つの資産からなるポートフォリオの平均と分散(標準偏差)の求め方を復習しましょう。あなたが、資産 A と資産 B からなるポートフォリオを保有しているとします。資産 A を  $W_A$ 、資産 B を  $W_B$  の比率(投資金額)で組入れたポートフォリオの期待収益率  $E(r_p)$  は次のように計算できます。

$$E(r_p) = W_A E(r_A) + W_B E(r_B) = W_A E(r_A) + (1 - W_A) E(r_B)$$

ここでは、 $E(r_A)$  と  $E(r_B)$  はそれぞれの資産の期待収益率<sup>1</sup>を表しています。式は難しそうですが、考え方は単純です。つまり、ポートフォリオの期待収益率は、それぞれの資産の期待収益率の加重平均です。これは、ポートフォリオに組み込まれる資産の数がいくつになろうとかわりません。

ポートフォリオの収益率の計算はこのように簡単です。難しいのは、ポートフォリオのリスク(分散や標準偏差)です。2 資産からなるポートフォリオの分散を求める一般式は、

$$\text{Var}(r_p) = W_A^2 \text{Var}(r_A) + W_B^2 \text{Var}(r_B) + 2W_A W_B \text{Cov}(r_A, r_B)$$

$\text{Var}(r_A)$  と  $\text{Var}(r_B)$  は、それぞれ、資産 A と資産 B の分散をあらわし、 $\text{Cov}(r_A, r_B)$  は共分散をあらわしています。

分散を求める式がどのように導きだされるのかを覚える必要はありません。ただし、覚え方が気になる人もいでしょう。そんなあなたには下図のようなマトリックスが便利です。

組入れ比率	$W_A$	$W_B$
$W_A$	$W_A W_A \text{Cov}(r_A, r_A)$	$W_A W_B \text{Cov}(r_A, r_B)$
$W_B$	$W_B W_A \text{Cov}(r_B, r_A)$	$W_B W_B \text{Cov}(r_B, r_B)$
$W_A + W_B = 1$	$W_A W_A \text{Cov}(r_A, r_A) + W_B W_A \text{Cov}(r_B, r_A) + W_A W_B \text{Cov}(r_A, r_B) + W_B W_B \text{Cov}(r_B, r_B)$	

これは、二つの資産からなるポートフォリオのリスク(分散)の計算方法を示したものです。網掛けしてある4つのボックスのうち、左上のボックスについては、縦の比率  $W_A$  と横の比率  $W_A$  と  $\text{Cov}(r_A, r_A)$  を掛け合わせます。同じように他の3つボックスも計算して、すべてのボックスを埋めます。4つのボックスの値が得られたら、あとは、単にそれらの数字の和を求めることによって、ポートフォリオの分散を求めることができます。

<sup>1</sup> 期待収益率とは将来に期待する(Expect)する収益率のことで、一般的に  $E(r)$  と表わされます。ちなみに組入れ比率の  $W$  はWeight(割合、重さ)からきています。

ここで注意しなくてはならないことは  $Cov(r_A, r_A) = Var(r_A)$   $Cov(r_B, r_B) = Var(r_B)$  であるということです。

$$Var(r_p) = W_A^2 Var(r_A) + W_B^2 Var(r_B) + 2W_A W_B Cov(r_A, r_B)$$

三つの資産からなるポートフォリオのリスク（分散）の計算方法は同じような手順で考えることができます。

組入れ比率	$W_A$	$W_B$	$W_C$
$W_A$	$W_A W_A Cov(r_A, r_A)$	$W_A W_B Cov(r_A, r_B)$	$W_A W_C Cov(r_A, r_C)$
$W_B$	$W_B W_A Cov(r_B, r_A)$	$W_B W_B Cov(r_B, r_B)$	$W_B W_C Cov(r_B, r_C)$
$W_C$	$W_C W_A Cov(r_C, r_A)$	$W_C W_B Cov(r_C, r_B)$	$W_C W_C Cov(r_C, r_C)$
$W_A + W_B + W_C = 1$	$W_A W_A Cov(r_A, r_A) + W_B W_B Cov(r_B, r_B) + W_C W_C Cov(r_C, r_C) + 2W_A W_B Cov(r_A, r_B) + 2W_A W_C Cov(r_A, r_C) + 2W_B W_C Cov(r_B, r_C)$		

したがって、3資産からなるポートフォリオの分散を求める式は次のようになります。先ほどと同じように、 $W_A$ 、 $W_B$ 、 $W_C$ は、それぞれの資産の比率（投資金額）を表しています。

$$Var(r_p) = W_A^2 Var(r_A) + W_B^2 Var(r_B) + W_C^2 Var(r_C) + 2W_A W_B Cov(r_A, r_B) + 2W_A W_C Cov(r_A, r_C) + 2W_B W_C Cov(r_B, r_C)$$

この式が出てきたところで、大半の人はおなか一杯になるはずですが（笑）多資産のポートフォリオモデルについて、さらに学習したいという奇特な方は、サイモン・ベニング教授の名著「ファイナンシャルモデリング（清文社）」をお薦めします。

それでは、問題の答えにいきましょう。（次ページご参照）

実は、上のような難しい式を使わなくても、ポートフォリオの分散（あるいは、標準偏差）を求めることはできます。

まずは、F列のように、ポートフォリオの収益率を先に計算してしまうという方法です。ポートフォリオの収益率は、それぞれの資産の収益率の加重平均ですから、簡単に求められるというわけです。もちろん、せっかく勉強した式をつかって求めても構いません。

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1		資産A	資産B	資産C		ポートフォリオ					
2	1997/12/31	2.46%	72.65%	30.73%		37.65%	← =B2*\$B\$20+C2*\$B\$21+D2*\$B\$22				
3	1998/12/31	13.55%	112.86%	55.31%		64.22%					
4	1999/12/31	17.97%	16.34%	14.83%		15.91%					
5	2000/12/31	-14.76%	-4.32%	33.56%		12.53%					
6	2001/12/31	6.77%	53.46%	14.98%		24.88%					
7	2002/12/31	43.54%	43.79%	36.84%		40.27%					
8	2003/12/31	11.32%	88.98%	48.59%		53.25%					
9	2004/12/31	38.78%	23.54%	37.81%		33.72%					
10	2005/12/31	25.89%	115.67%	67.95%		73.85%					
11	2006/12/31	-27.66%	78.54%	45.95%		41.01%					
12											
13	平均リターン	11.8%	60.2%	38.7%		39.7%	← =AVERAGE(F2:F11)				
14	分散	0.04350	0.14915	0.02508		0.03517	← =VARP(F2:F11)				
15						18.75%	← =SQRT(F14)				
16	共分散(A,B)	-0.00013	← =COVAR(B2:B11,C2:C11)		← =AVERAGE(D2:D11)						
17	共分散(A,C)	0.00250			← =VARP(D2:D11)						
18	共分散(B,C)	0.04417									
19											
20	資産Aの割合	0.2									
21	資産Bの割合	0.3									
22	資産Cの割合	0.5									
23											
24	ポートフォリオの平均リターン	39.7%	← =B13*B20+C13*B21+D13*B22								
25	ポートフォリオの標準偏差	18.75%	← =SQRT(B20^2*B14+B21^2*C14+B22^2*D14+2*B20*B21*B16+2*B20*B22*B17+2*B21*B22*B18)								
26											